

Title	代數曲線ノ Uniformisation ニツイテ (II)
Author(s)	有馬, 喜八郎
Citation	全国紙上数学談話会. 251 p.196-p.212
Issue Date	1943-03-19
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75044
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

1112. 代数曲線 / Uniformisation = ツイテ (II)

有馬 喜八郎 (阪大)

第二章

第一章 = 於テ Ahlfors, Schwarz Lemma を利用
シテ Uniformisation 問題ヲ取扱ヒマシタガ, コノ章
以下デハ Riemann 面ノ理論ニツキカイトミタイト
思ヒマス。

(1) $F(x, y) = 0$ ハ $x =$ ツキ n 次, $y =$ ツキ m 次
ノ代数方程式トシ、 R 面ヲ R トシマス。又 Gesch-
lecht γ トシマス ($\gamma \geq 0$)

R / normal + 第三種積分

$$J(z, z_0, \alpha, \beta) = \int_{z_0(x_0, y_0)}^{z(x, y)} R(x, y) dx$$

α, β γ logarithmic + singular point トシ
テモツ

$\alpha(a, a')$ k 次ノ分岐点ナラバ, $\alpha =$

$$\frac{1}{k} \log \frac{1}{x-a} + \text{有界} + \text{函数}$$

$\beta(b, b')$ k' 次ノ分岐点ナラバ, $\beta =$

$$\frac{1}{k'} \log (x-b) + \text{有界} + \text{函数}$$

$J(z, z_0, \alpha, \beta)$ ノ實数部分ヲ $G(z, z_0, \alpha, \beta)$ トスレバ、

$\beta = \tau$ 夫々上述, 如キ性質ヲ有シ他ニテ調和ナ函数トナ
ル。

(2) $x = f(t), y = g(t) \wedge |t| < R = \tau$ 有理型函
数ニテ $F[x(t), y(t)] \equiv 0$ トス。

$$G(x(f(t), g(t)), z_0; \alpha, \beta) = G(t) \text{ トス。}$$

$\alpha(a, a') = \text{於テ}$

$$y - \alpha = a_2(x - a)^{\frac{p}{k}} + \dots$$

トス。

$$\bar{m}(r, \alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log \frac{1}{|f(re^{i\theta}) - \alpha|^{\frac{1}{k}} + |g(re^{i\theta}) - \alpha|^{\frac{1}{l}}} d\theta$$

$r \leq R$

$$t = t_0 = \tau$$

$$f(t) - \alpha = A(t - t_0)^{k\pi} + \dots$$

$$g(t) - \alpha' = B(t - t_0)^{l\pi} + \dots$$

ナルトキ $t_0 = \tau$ π 回ト算ヘ, $|t_0| < r$ ナルズベテニツキ
計算シテ總計ヲ $\bar{n}(r, \alpha)$ トス

然ルトキ普通ノ場合, $\log |t - \alpha|$, カハリ = 上述ノ $G(t)$
ヲ利用シテ Green-Gauss, 公式ニヨリ

$$\bar{m}(r, \alpha) + \int_{r_0}^r \frac{\bar{n}(r, \alpha)}{r} dr = m(r, \beta) + \int_{r_0}^r \frac{\bar{n}(r, \beta)}{r} dr + O(1)$$

$$\int_0^r \frac{\bar{n}(r, \alpha)}{r} dr = N(r, \alpha) \text{ トスルニ}$$

$$\overline{m}(r, \alpha) + \overline{N}(r, \alpha) = \overline{m}(r, \beta) + \overline{N}(r, \beta) + O(1)$$

$$\overline{T}(r, \alpha) = \overline{m}(r, \alpha) + \overline{N}(r, \alpha) \text{ とする}$$

(第一基本定理)

$$\overline{T}(r, \alpha) = \overline{T}(r, \beta) + O(1)$$

(3)

$$T\left(r, \frac{1}{f-a}\right), T\left(r, \frac{1}{g-a'}\right) \text{ と } \overline{T}(r, \alpha) \text{ の関係式を考}$$

へする。

$$x = a + \epsilon \text{ とする}$$

$$\alpha_1(a, b), \alpha_2(a, b_2) \dots$$

とし、その分岐数 k_1, k_2, \dots とする。

$$\sum k_i = m$$

然るに

$$T\left(r, \frac{1}{f-a}\right) = \sum k_i \overline{T}(r, \alpha_i) + O(1)$$

第一基本定理より $\alpha(a, a') = \alpha_1(a, b_1)$ 即ち $a' = b_1$ とする

$$T\left(r, \frac{1}{f-a}\right) = \overline{T}(r, \alpha) \sum k_i + O(1)$$

$$= m \overline{T}(r, \alpha) + O(1)$$

依って次の定理を得。

定理 1.

$$\overline{T}(r, \alpha) = \frac{1}{m} T\left(r, \frac{1}{f-a}\right) + O(1) = \frac{1}{m} T(r, f) + O(1) \dots$$

同様にして

$$\overline{T}(r, \alpha) = \frac{1}{n} T(r, \frac{1}{g-a}) + O(1) = \frac{1}{n} T(r, g) + O(1) \dots\dots$$

従って又上式より

$$\frac{1}{n} T(r, f) = \frac{1}{n} T(r, g) + O(1) \dots\dots\dots$$

(注意) Hevannlinna, トキハ $x = f(z), y = f(w)$

トスレバ $F(x, y) = x - y = 0$ トシ, $\alpha(a, a)$ トスレバ

$$\overline{T}(r, \alpha) = T(r, \frac{1}{f-a})$$

トナル。

(4)

Hevannlinna, 理論デ

$$T(r, f) = T\left(\frac{cf+d}{af+b}\right) + O(1) \quad a, b, c, d \text{ ハ 常数}$$

コレヲ $T(r, f)$ ハ 一次変換 = ヨリ 不変デアルコトが云フコトニ
シマス

$\overline{T}(r, \alpha)$ = ツイテ如何ナルコトが云ヘルデセウカ。

$\overline{T}(r, \alpha)$ ハ $F(x, y) = 0$ ノ birational transformation = ヨリ 不変デアルコトが云ヘマス。以下コレ =
ツイテ考ヘマス。

$F(x, y) = 0$ ノ Riemann 面ヲ R_F ト著ケト
= シマス。

$F(x, y) = 0$ ハ $x =$ ツイテ n 次, $y =$ ツイテ m 次,
irreducible + 代数方程式トシ

$$X = \varphi(x, y), \quad Y = \psi(x, y) \dots\dots (A)$$

ナル変換ヲ考ヘル。

但シ $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ ハ 夫々 μ 次, ν 次, 有理函数トス。即チ R_F / 上ニ於テ異ナル μ 個, ν 個, Pole ヲ有スルモノトス。

(A) ト $F(x, y) = 0$ ヨリ, x, y ヲ消去スレバ

$$G(X, Y) = 0 \text{ ----- (B)}$$

ナル代数曲線ニナル。 X = ツイテハ ν 次, Y = ツキ μ 次トナル。

逆 = (A), (B) ヨリ

$$x = \Phi(X, Y)$$

$$y = \Psi(X, Y)$$

ナレ如ク, x, y ハ X, Y / 有理函数ニテ表ハサル。

$G(X, Y) = 0$ / Riemann 面ヲ R_G トス。

以下数段ニ分ケテ $\bar{T}(r, s)$ / birational transformation = ヨル不変性ヲ証明シマス。

1°

(I) $X = \varphi(x, y)$ ハ R_F / 分岐点デナイ異ナル μ 個ノ素デニ次ノ無限大ニナル。

(II) R_F ハ 無限遠点 = 分岐点ヲモタズ且ツ $x, \infty =$ 對シ X / m 個ノ値ハ

$$X_i = A_0^i + A_1^i \frac{1}{x} + \text{-----} \quad i = 1, 2, \text{-----} m$$

$$\text{但シ } A_1^i \neq 0$$

(I), (II) / 假定ヲナスモノ一般性ヲ失ハナイコトヲ証明シマ

ス。

(I) / 假定ニツイテ (I) / 假定が成立セズトスレバ次 / 如ク考フ。

$$\varphi(x, y) = X_0$$

ガ無限点トモ亦分岐点トモ相異ナル μ 個 / 根 $\alpha_1(a_1, b_1)$, $\alpha_2(a_2, b_2) \dots \dots \alpha_\mu(a_\mu, b_\mu)$ / simple / 根ヲ有スルモ / トス。

$$X' = \frac{1}{X - X_0} \text{ トキ } (X, Y) / \text{Riemann 面 } R_G \text{ ト } (X',$$

$Y) / \text{Riemann 面 } R_G \text{ ヲ考ヘレバ, 故數分岐点, 分岐數ハ不変ナリ。}$

今 $x = f(t)$, $y = g(t)$, $F(x, y) = 0$ / トキ $\bar{T}(Y, \alpha)$ ヲ他ノ場合ト區別スルタメ $\bar{T}(Y, f, g, \alpha)$ ト記スコト = ス。

$$x = f(t), y = g(t) \Rightarrow \varphi(x, y) = X_0 \text{ ナリ}$$

$$X(t) = \varphi[f(t), g(t)] = \bar{F}(t)$$

トス。コノ transformation = ヨリ α ハ R_G 上ノ点 α = 移ッタトス。

定理 (I) ヨリ

$$\bar{T}(Y, \bar{F}, G, \alpha) = \frac{1}{\mu} T(Y, \bar{F}) + O(1)$$

又

$$X'(t) = \frac{1}{X(t) - X_0} = \frac{1}{\bar{F}(t) - X_0} = \bar{F}(t)$$

トス。

コレ = α ハ $R_{G'}$ 上 $\alpha' =$ 変ツタトスレバ

$$\bar{T}(r, \bar{F}, G', \alpha') = \frac{1}{\mu} T(r, \bar{F}) + O(1)$$

$$\bar{F}(t) = \frac{1}{\bar{F}(t) - X_0} + \text{const}$$

$$T(r, \bar{F}) = T(r, \bar{F}) + O(1)$$

$$\therefore \bar{T}(r, \bar{F}, G, \alpha) = \bar{T}(r, \bar{F}, G', \alpha') + O(1)$$

故ニ (I) トル假定ヲナスニ、不変性ニ影響ナシ

(II) ノ假定ニツイテ

x_0 ハ $x_0 =$ 對應スル m 個ノ y ノ値ハ有限ナル異ナリ、
又夫々ニ對スル $X = \varphi(x, y)$ ノ m 個ノ値ニ有限ナル異ナレ
如キ x ノ數値トス。

$$X_i = A_0^i + A_1^i (x - x_0) + \dots \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

$$\text{但シ } A_1^i \neq 0$$

$x = x_0 + \frac{1}{x'}$ ナル交換ヲ施セバ所要ノ假定ガ成立ス。

ソノトキ $Riemann$ 面ヲ $R_{F'}$ トス。

$$x = f(t), \quad y = g(t)$$

$$\text{ニ對シ } x' = \frac{1}{f(t) - x_0} = f', \quad y = g(t) \text{ ヲ考ヘル。}$$

定理 (I) ヲ

$$\bar{T}(r, f, F, \alpha) = \frac{1}{m} T(r, f) + O(1)$$

α α' = 変ツタトスレバ

$$\bar{T}(r, f', F', \alpha') = \frac{1}{m} T(r, f') + O(1)$$

$$f'(t) = \frac{1}{f(t) - x_0} \quad \text{ヨリ}$$

$$T(r, f') = T(r, f) + O(1)$$

$$\text{故} = \quad \overline{T}(r, f, F, \alpha) = \overline{T}(r, f', F', \alpha') + O(1)$$

トナリ, 不変性 = 影響ナシ.

2°.

1°ヨリ (I), (II)ノ假設ヲナスモ一般性ヲ失ハザレコトヲ証明セラレシ故, 以後 (I), (II)ノ假設ノモトニ議論ヲ進メルモノトシマス.

初 $x = \overline{m}(r, \alpha)$, $\overline{N}(r, \alpha) = \psi$ イテ注意ヲナシ, ソレニツイテ論スルコトニシマス.

$\alpha(a, a') = \lambda$ テ

$$y - a' = a_{\lambda} (x - a)^{\frac{1}{\lambda}} + \dots$$

$$\therefore |y - a'|^{\frac{1}{\lambda}} = |x - a|^{\frac{1}{\lambda}} \cdot S(x)$$

$S(x)$ ハ有界ノ函数トス.

故ニ

$$|g(re^{i\theta}) - a'|^{\frac{1}{\lambda}} = |h(re^{i\theta}) - a|^{\frac{1}{\lambda}} S(r, e^{i\theta})$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{m}(r, \alpha) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|f(re^{i\theta}) - a|^{\frac{1}{\lambda}} + |h(re^{i\theta}) - a'|^{\frac{1}{\lambda}}} d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi\lambda} \int_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|f(re^{i\theta}) - a|} d\theta + O(1) \end{aligned}$$

故ニ

$$\frac{1}{2\pi k} \int_0^{2\pi} \log \frac{1}{|f(re^{i\theta}) - a|} d\theta = \bar{m}(r, f, a)$$

トスレバ

$$\bar{T}(r, a) = \bar{m}(r, f, a) + \bar{N}(r, a) + O(1)$$

故 = $\bar{m}(r, a)$ 1代り $\bar{m}(r, f, a)$ ヲ考ヘル。

(A) R_G / 無限点 = ツイテ考ヘル。

假定 (I) = ヨリコレ = μ 個 / 單純極 $\alpha_1(a_1, b_1) \dots \alpha_\mu(a_\mu, b_\mu)$ が對應ス。

$\alpha_i(a_i, b_i)$ / 近傍 = テハ

$$X = \frac{R_i}{x - a_i} + C_0 + C_1(x - a_i) + \dots \quad (1) \quad R_i \neq 0$$

inversion = ヨリ $x - a_i = P(\frac{1}{X})$

但し $P = \mu \frac{1}{X} = 0$ = テ 正則 + 函数

$\alpha_i(a_i, b_i)$ ハ 分岐点ヲ + i カラ $y - b_i$ ハ $x - a_i$ / 正則 + 函数, 故 = $\frac{1}{X} = 0$ / 近傍ヲ $\frac{1}{X}$ / 正則 + 函数ト + ル
故 = $Y = \psi(x, y)$ ハ $\frac{1}{X} = 0$ 従ツテ $X = \infty$ テ uniform + 函数ト + リ, R_G / 無限点ハ 分岐点ヲ + i。

故 = 上ノ 注意ト (1) 式ヨリ α_i / 對應点ヲ A_i トスレ

バ

$$\bar{T}(r, f, F \alpha_i) = \bar{T}(r, \bar{F}, G, A_i) + O(1)$$

+ ルコトヲ知ル。

(B) R_F / 無限点 = ハ 假定 (II) ヨリ

R_F / 無限点 = テ

$$X = A_0 + \frac{A_1^i}{x} + \dots \quad (2) \quad A_1^i \neq 0$$

inversion = ヲリ

$$\frac{1}{x} = P(X - A_0^i)$$

R_F : 無限点ハ分岐点ヲ+イカラ, 従ツテ

$$y = Q(X - A_0^i)$$

$$\therefore Y = \psi(x, y) \Rightarrow R(X - A_0^i)$$

$P(X - A_0^i), Q(X - A_0^i), R(X - A_0^i)$ ハ uniform
+ 函数ナルコト, R_F 無限遠点 ∞ 對應点 A ハ分岐点ヲ
+イ.

故ニ (2) ヲリ容易ニ

$$\overline{T}(r, f, F, \infty) = \overline{T}(r, \overline{F}, G, A) + O(1)$$

(C) 次ニ $\alpha_i(a_i, b_i)$ ガ R_F 上ノ分岐数 r_i / 分岐点ノ
場合

$$X = X_i + C_1^i (x - a_i)^{\frac{l_i}{r_i}} + \dots \quad C_1^i \neq 0$$

$$\therefore (X - X_i)^{\frac{1}{l_i}}$$

$$= (x - a_i)^{\frac{1}{r_i}} \left[C_1^i + d_1 (x - a_i)^{\frac{1}{r_i}} + \dots \right]^{\frac{1}{l_i}} \quad (3)$$

故ニ

$(x - a_i)^{\frac{1}{r_i}}$ ハ $(X - X_i)^{\frac{1}{l_i}}$ ナ級数展開ナル。従ツテ
 $y - b_i \in (X - X_i)^{\frac{1}{l_i}}$ ナ従ツテ $Y = \psi(x, y) \in (X - X_i)^{\frac{1}{l_i}}$ ナ展開可能ナル。

従って $\alpha_i(a_i, b_i)$ = 對應スル R_G 上ノ点 A_i ハ分岐数 l_i ノ分岐点トナル。^{*}

(3) より

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi l_i} \int_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|\bar{F}(t) - X_i|} d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi r_i} \int_0^{2\pi} \log^+ \frac{1}{|f(t) - a_i|} d\theta + O(1) \end{aligned}$$

又, $x - a_i = f(t) - a_i = (t - t_0)^{r_i n} [A + \dots]$ $A \neq 0$
トスルバ

$$\begin{aligned} (\bar{F}(t) - X_i)^{\frac{1}{l_i}} &= (t - t_0)^n [C_1^i + \dots]^{\frac{1}{l_i}} [A + \dots]^{\frac{1}{r_i}} \\ \therefore \bar{F}(t) - X_i &= (t - t_0)^{\frac{l_i n}{r_i}} [C_1^i + \dots] (A + \dots)^{\frac{l_i}{r_i}} \end{aligned}$$

故 =

$$\bar{N}(r, \alpha_i) = \bar{N}(r, A_i)$$

故 =

$$\bar{T}(r, f, F, \alpha_i) = \bar{T}(r, \bar{F}, F, A_i) + O(1)$$

(D) $\alpha(a, b)$ ガ R_F ノ分岐点デナイトキ

$\alpha(a, b)$ = 對應スル R_G ノ点ヲ A トス。

$$X = X_0 + A_n (x - a)^n + \dots \quad A_n \neq 0$$

モシ $n > 1$ トラバ $x - a$, ハ $(X - X_0)^{\frac{1}{n}} = \tau$ 従ッテ $y - b$

モ従ッテ $Y = \psi(x, y) \in (X - X_0)^{\frac{1}{n}} = \tau$ 展開サレテ n 次ノ分岐点トナル。^{*}

$$X - X_0 = (x - a)^n [A_n + \dots] \dots \dots (4)$$

(4) より

$$\frac{1}{2\pi n} \int \log^+ \frac{1}{\bar{F}(t) - X_0} d\theta = \frac{1}{2\pi} \int \log^+ \frac{1}{|f(t) - a|} dt + O(1)$$

$$\therefore \bar{m}(r, f, \alpha) = \bar{m}(r, \bar{F}, A) + O(1)$$

同様 =

$$\bar{N}(r, f, \alpha) = \bar{N}(r, \bar{F}, A)$$

$$\therefore \bar{T}(r, f, F, \alpha) = \bar{T}(r, \bar{F}, G, A) + O(1)$$

上 = τ 完全 = 証明終了。

(注意) (C), (D) = 於ける γ の展開式 = 於て分母指数が消
エルカ, 又ハ l_i , 又ハ n より ± 1 以外共通分母ヲ有スルコト
ハナシ。

例ハ (D) の場合 = $\alpha(a, b) =$ 点 $A(X_0, Y_0)$ が對應ス
ルトス。

今 A ヲ通ル Riemann 面, 枚数ハ n 個ヨリ少ク
ナイトス。

又ハ R_F 上テ α 1 廻リヲ一回マケレバ $X - X_0$ ハ $2\pi n$
ガケ偏角が増ス。従ツテ X 上 $A(X_0, Y_0)$ ヲ結ブ直線ハ cycle
 A , 近傍ヲ一回以上マケル故ニ一對一ノ對應ヲナサズコレハ
birational transformation の假設ニ反ス。

l_i のトキモ全ク同様ナリ。

故ニ

定理(II) $\bar{T}(r, \alpha)$ ハ birational transformation
ニヨリ不変ナリ。

(5) Γ は genus $p \geq 2$ である。

$F(x, y) = 0$ は第一章 1 条件を満足する Γ である。 $g(x, y)$ は $(p, 0)$ である automorphic function である。

$$\bar{u}(x) = \log \frac{\left| \frac{dz}{dx} \right|}{1 - |z|^2}$$

である。

$$\Delta_x \bar{u} = 4e^{2\bar{u}}$$

Riemann 面、無限点 Γ である $\bar{u}(x) = -2 \log |x| +$ 有界函数、 m 次、分岐点 (b, b') Γ である $\bar{u}(x) = \frac{1-m}{m} \log |x-b| +$ 有界函数

$$u(t) = \bar{u}(f(t)) \text{ である。 } \Delta_t u(t)$$

$$= \Delta_t \bar{u}[f(t)] = \Delta_x \bar{u} \left| \frac{dx}{dt} \right|^2$$

今 Riemann 面、分岐点 α_i 、分岐数 m_i ($i=1, 2, \dots, k$)、無限遠点 β_i ($i=1, \dots, m$) である。

$\bar{u}[f(t)]$ = 第一基本定理、トキ小同沙準備、モト =

Green-Gauss の公式を用いて

$$\sum_{i=1}^k (m_i - 1) \bar{T}(r, \alpha_i) - 2 \sum_{i=1}^m \bar{T}(r, \beta_i) + O(1)$$

$$= \int_{r_0}^r \left[\frac{2}{\pi} \int e^{2\bar{u}} \left| \frac{dx}{dt} \right|^2 dw \right] \frac{dr}{r}$$

但し $d\omega$ は面積要素である。

第一基本定理 = ヲリ Riemann 面上、任意、点 Γ である

トスルバ

$$\left[\sum_{i=1}^R (m_i - 1) - 2/m \right] \bar{T}(r, \omega) + O(1) \\ = \int_{r_0}^r \left[\frac{2}{\pi} \int \frac{\left| \frac{dz}{dx} \right|^2 \left| \frac{dx}{dt} \right|^2}{(1 - |z|^2)^2} d\omega \right] \frac{dr}{r}$$

然ルニ

$$\sum (m_i - 1) - 2m = 2p - 2$$

$$\therefore (2p - 2) \bar{T}(r, \omega) + O(1) = \int_{r_0}^r \frac{A(r)}{r} dr \dots \dots (1)$$

$$\text{但シ} \quad A(r) = \frac{2}{\pi} \int \frac{\left| \frac{dz}{dx} \right|^2 \left| \frac{dx}{dt} \right|^2}{(1 - |z|^2)^2} d\omega$$

今 Riemann 面 R_F が birational transformation
 = ヲリ $R_G = \tau$ ヲスル。 B_G , $(p, 0)$, automor-
 phic function ヲ $z'(x, y)$ トスルハ容易ニ $z = \frac{az' + b}{cz' + d}$
 (但シコノ一次分式ハ單位円ヲ自身ニ移スモ、 $1 + i$) トル
 關係アルコトヲ知ル。

$$\text{故ニ} \quad \frac{|dz|}{1 - |z|^2} = \frac{|dz'|}{1 - |z'|^2}$$

故ニ $A(r)$ ハ birational transformation = 對
 シ不変ナルコトヲ知ル。

又定理(II) = ヲリ $\bar{T}(r, \omega)$ モ不変ナル故 birational transformation = ヲリ第一章ノ條件ヲ
 満足セシメ得ル故

定理 III *geschlecht* $p \geq 2$ とす

$$(2p-2)\bar{T}(r, \alpha) = \int_0^r \frac{A(r)}{r} dr + O(1)$$

次 = 第一章, 条件 $F(x, y) = 0$ が満足スルとき

$$\frac{\left|\frac{dz}{dt}\right|^2 \left|\frac{dx}{dt}\right|^2}{1 - |z|^2} \leq \frac{R}{R^2 - |z|^2}$$

コレヲ用ヒテ $t = re^{i\theta}$ とスルべし

$$A(r) \leq \frac{2}{\pi} \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{R^2 r dr d\theta}{(R^2 - r^2)^2} = \frac{2r^2}{R^2 - r^2}$$

$$\int_0^r \frac{A(r)}{r} \leq \int_0^r \frac{2r dr}{R^2 - r^2} = \log \frac{R^2}{R^2 - r^2} = \log \frac{1}{R - r} + O(1)$$

故 = 定理 (III) より

$$(2p-2)\bar{T}(r, \alpha) \leq \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

birational transformation を施シテ考へルべし

$$\text{定理 IV } \bar{T}(r, \alpha) \leq \frac{1}{2p-2} \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

定理 I = より

$$\bar{T}(r, \alpha) = \frac{1}{m} T(r, f) + O(1)$$

故 =

$$T(r, f) \leq \frac{m}{2p-2} \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

故 =

定理 V $x = f(t), y = g(t)$ が $|x| < R$ で有理型

函数 $F(x, y) = 0$ は x = ツキ n 次, y = ツキ m 次,
geschlecht $p (\geq 2)$ ナル代数曲線デ $F[f(t), g(t)]$
 $\equiv 0$ ナラバ

$$T(r, f) \leq \frac{m}{2p-2} \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

$$T(r, g) \leq \frac{n}{2p-2} \log \frac{1}{R-r} + O(1)$$

定理 VI. 上ノ假設ノモトニ

$$\overline{\lim} \frac{T(r, f)}{\log \frac{1}{R-r}} \leq \frac{m}{2p-2}$$

系 I. $|t| \leq R$ ナ有理型函数 $x = f(t)$,
 $y = g(t)$ ガ $f(x, y) = 0$ ノ *uniformisation* シテ
 イルモノトス。モシ

$$\overline{\lim} \frac{T(r, f)}{\log \frac{1}{R-r}} = \infty$$

ナラバ

$f(x, y) = 0$, *geschlecht* p ナ $0 \leq p < \infty$.

(注意) 系 I ノ円内有理型函数ノトキ, *Picard* ノ
 定理ニ相應シ, 定理 (III) ノ *清水 - Ahlfors* ノ定理
 ニ對應スルモノト思ハレマス。

上ノ結果ハ次章ノ第一基本定理カラモ得ラレマ
 ス。

尚ホ

系2. *geschlecht* ρ + ルフックス函数ヲ $f(t)$

トスレバ

$$\overline{\lim} \frac{T(r, f)}{\log \frac{1}{R-r}} \leq K \quad (K \text{ finite})$$

但シ $\rho \geq 2$

—— (續 7) ——

(西 大 = 三 六 八)